

ПИТАННЯ ДО ІСПИТУ
по курсу „Методи оптимізації” (5 курс)

1. Основні поняття оптимізації, постановка задачі і приклади. Цільова функція і проектні параметри.
2. Класифікація методів оптимізації.
3. Приклади оптимізаційних задач.
4. Властивості функції однієї змінної. Необхідні та достатні умови оптимального значення функції. Унімодална функція. Стаціонарні точки.
5. Методи безумовної оптимізації ґрунтовані на звуженні відрізка дослідження. Методи половинного ділення, золотого перерізу, Фібоначі, дихотомії. Метод Свенна.
6. Методи безумовної оптимізації на основі квадратичної апроксимації. Метод Пауелла.
7. Методи безумовної оптимізації ґрунтовані на аналізі перших та других похідних. Метод січних. Метод Ньютона-Рафсона.
8. Оптимізація функції декількох змінних. Необхідні та достатні умови оптимальності.
9. Класифікація методів безумовної оптимізації функції багатьох змінних.
10. Методи прямого пошуку: метод пошуку по симплексу, метод координатного підйому, Хука-Дживса, Нелдера-Міда.
11. Поверхня рівня, градієнт, антиградієнт, норма градієнта. Матриця Гессе та використання квадратичної форми для ідентифікації точок оптимуму.
12. Градієнтні методи 1-го порядку: градієнтний метод, метод найшвидшого спуску (Коші).
13. Градієнтні методи 2-го порядку: метод Ньютона, модифікований метод Ньютона, метод Левенберга-Марквардта. Методи спряжених градієнтів. Метод Флетчера – Рівса.
14. Постановка задачі та основні поняття лінійного програмування.
15. Основні поняття симплекс методу розв'язання задач лінійного програмування.
16. Алгоритм симплекс методу. Аналіз чутливості.
17. Цілочисельне програмування. Підходи до розв'язання задач ЦП.
18. Нелінійне програмування, постановка задачі. Метод виключення змінних. Метод невизначених множників Лагранжа.
19. Теорема Куна-Такера, необхідні та достатні умови, умови сідлової точки.
20. Зведення задач умовної оптимізації до задач безумовної оптимізації.
21. Метод штрафних функцій, види штрафів.
22. Розв'язок задач оптимізації за допомогою Excel.
23. Можливості та застосування пакетів прикладних програм Maple, Mathcad, Matlab для розв'язку оптимізаційних задач.
24. Оптимізація управлінських процесів. Постановка задачі оптимального управління. Принцип максимуму Потрягіна.
25. Основні визначення теорії графів. Теоретико-множинне визначення графа.
26. Неорієнтовані графи. Ізоморфізм графів. Задача про найкоротший шлях. Знаходження найкоротшого шляху в графі та побудова графа найменшої довжини
27. Генетичні методи оптимізації. Основні поняття та постановка задачі.

ККР

1. Покажіть математично і графічно у чому різниця локального і глобального оптимумів.
2. Оптимізувати функцію $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 10$ на інтервалі $-2 \leq x \leq 4$. Знайти глобальний максимум.
3. Які моделі оптимізації називаються статичними?
4. Які моделі оптимізації називаються динамічними?
5. Які моделі оптимізації називаються лінійними, нелінійними та квадратичними?
6. Які моделі оптимізації називаються сепарабельними, дискретними та стохастичними?
7. Які моделі оптимізації називаються векторними?
8. Дослідити функцію на випуклість та вогнутість $f(x) = (2x + 1)^2(x - 4)$.
9. В чому сутність транспортної задачі. Зробіть постановку задачі.
10. В чому сутність задачі управління запасами. Зробіть постановку задачі.
11. Мінімізувати функцію $f(x) = 2x^2 + \frac{16}{x}$ на відрізьку $1 \leq x \leq 5$.
12. Як перевірити чи є функція випуклою або вогнутою?
13. Що таке точка перегину і як вона визначається математично?
14. Які моделі оптимізації називаються дробово-лінійними? Що таке гіперболічне програмування?
15. Що таке критерій оптимізації? Дайте математичне обґрунтування.
16. Дослідити та максимізувати функцію $f(x) = 5x^6 - 36x^5 + \left(\frac{165}{2}\right) \cdot x^4 - 60x^3 + 36$.
17. Що таке градієнт і антиградієнт?
18. Що таке сідлова точка? Яку роль відіграє рішення задачі про сідлову точку в умовах оптимізації.
19. Що таке абсолютний максимум (мінімум)?
20. Що таке точка перегину і як її ідентифікувати? Наведіть приклади.
21. Як перевірити, чи є функція випуклою або вогнутою?
22. Що таке стаціонарна точка цільової функції?
23. Вкажіть необхідні і достатні умови екстремума.
24. В чому сутність метода множників Лагранжа?
25. Мінімізувати функцію $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ при обмеженні $h_1(x) = 2x_1 + x_2 - 2$, перетворивши цю задачу на задачу безумовної оптимізації за допомогою функції Лагранжа $L(x; v)$.
26. Мінімізувати функцію $f(x) = x_1 + x_2$ при обмеженні $x_1^2 + x_2^2 = 1$, перетворивши цю задачу на задачу безумовної оптимізації за допомогою функції Лагранжа $L(x; v)$.
27. В чому полягає сутність умови Куна-Таккера?
28. Що таке активні і неактивні обмеження?
29. Мінімізувати функцію $f(x) = x_1^2 - x_2$ при обмеженнях $x_1 + x_2 = 6$, $x_1 - 1 \geq 0$, $x_1^2 + x_2^2 \leq 26$, перетворивши задачу до задачі Куна-Таккера.
30. В чому полягає властивість унімодальності функцій і в чому полягає важність цієї властивості при розв'язку задач оптимізації з однією змінною?
31. Якщо точка цільової функції задовольняє достатнім умовам існування локального мінімуму, то як встановити чи є цей мінімум глобальним?
32. Чи є методи виключення інтервалів в цілому більш ефективними, ніж методи точкового оцінювання? Чому?
33. В чому суть алгоритму метода дихотомії? Складіть схему алгоритма цього метода. Виберіть і обґрунтуйте умову виходу з ітераційного циклу.
34. Дослідіть функцію $f(x) = x^3 - 12x + 32$ в інтервалі $-4 \leq x \leq 4$. Знайдіть локальні мінімуми, локальні максимуми, глобальний мінімум і глобальний максимум f в заданому інтервалі.
35. В чому сутність алгоритму метода Фібоначчі? Складіть схему алгоритма метода, наведіть основну математичну модель метода.
36. Розробіть програму для ЕОМ, яка реалізує пошук оптимуму за методом золотого перетину і методом Фібоначчі для функції $f(x) = 3x^2 + \frac{12}{x^3} - 5$ в інтервалі $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$. Порівняйте результуючі інтервали пошуку, які отримані за допомогою перерахованих методів.
37. В чому полягає сутність градієнтних методів пошука оптимума цільової функції.
38. Поясніть узагальнену математичну модель градієнтних методів пошуку оптимума функції.

39. Проведіть аналіз визначеності наступних квадратних форм:

$$f_1(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_3^2 - 6x_1x_2 + 8x_1x_3 - 4x_2x_3,$$

$$f_2(x) = 2ax_1x_2 + 2bx_2x_3 + 2cx_3x_1.$$

40. Визначити компоненти градієнта для функції $f(x) = 8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$, та використовуючи метод найшвидшого спуску визначити мінімум функції з заданою $\varepsilon = 10^{-4}$.
41. В чому сутність алгоритму метода найшвидшого спуску? Наведіть схему алгоритма метода.
42. Порівняйте алгоритми метода найшвидшого спуску та метода спряжених градієнтів.
43. В чому сутність алгоритму метода Флетчера-Рівса? Наведіть схему алгоритма метода.
44. Визначити мінімум функції $f(x) = 4x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 + x_1$ методом Флетчера-Рівса з заданою $\varepsilon = 10^{-4}$.
45. Поясніть сутність методу виключення областей. Наведіть приклади.
46. Що таке випадковий пошук?
47. Як визначається напрямок пошуку в методі Девідона-Флетчера-Пауелла?
48. Порівняйте метод Флетчера-Рівса і метод конфігурацій Хука-Дживса.
49. Поясніть суть симплекс-метода для двомірного і тримірного випадку.
50. Що таке симплекс? Дайте графічну інтерпретацію симплекса.
51. Поставте задачу на оптимізацію багатомірної функції.
52. Мінімізувати функцію $f(x) = (1 - x_1)^2 + (2 - x_2)^2$ симплекс-методом.
53. Який критерій використовується для закінчення пошуку в симплекс-методі.
54. Що таке критерій оптимальності? Наведіть приклад.
55. Сформулюйте необхідні і достатні умови існування мінімуму функції декількох змінних